Examen
Estática y Dinámica
Facultad de Física

Miércoles 9 de Julio de 2014

Nombre: #Alumno Sección:

Instrucciones:

-Tiene 2 horas para resolver los siguientes problemas.

-Marque con una CRUZ sólo la alternativa que considere correcta en esta hoja de respuesta.

-Todos los problemas tienen el mismo peso en la nota final.

-No está permitido utilizar calculadora ni teléfono celular.

TABLA DE RESPUESTAS

Pregunta	a)	b)	c)	d)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				

Enunciado para problemas 1 a 11.
Un disco de radio R_2 con un agujero circular de radio R_1, tal como se muestra en la figura abajo, tiene una densidad de masa σ uniforme en toda su área. El grosor del disco se considera despreciable. El disco está sobre una superficie horizontal por la cual puede rodar. Suponga que inicialmente (tiempo $t = 0$) el centro geométrico del disco (CG) y el centro geométrico del agujero circular están a la misma altura con respecto a la superficie. Considere $R_2 = 2R_1$ y que cuando el disco rueda el ángulo θ abre en el sentido indicado en la figura. Además, en la figura el punto A corresponde al origen del sistema coordenado y es fijo para cualquier tiempo t. Por otro lado, el punto B corresponde al centro geométrico del disco y se mueve con este.

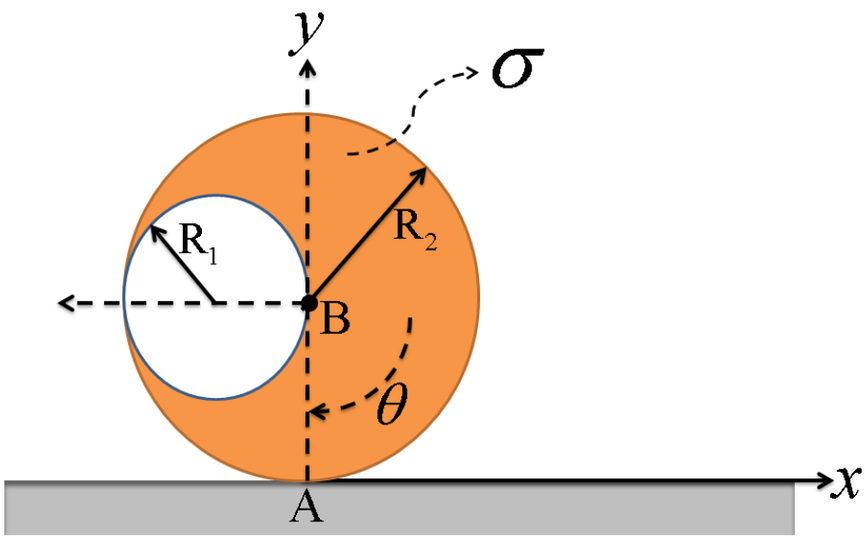


Figura 1: problemas 1 al 11.

Problema 1. La masa M del disco es

a) $M = 2\sigma\pi(R_1 - R_2)^2$
b) $M = \sigma\pi(R_1^2 - R_2^2)$
c) $M = 2\sigma\pi(R_1^2 + R_2^2)$
d) $M = \sigma\pi(R_2^2 - R_1^2)$

Problema 2. ¿Cuál es la distancia ρ entre el centro geométrico y el centro de masa del disco?

a) $\rho = \dfrac{R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}$
b) $\rho = \dfrac{R_1^3}{R_2^2 + R_1^2}$
c) $\rho = \dfrac{R_2^3}{R_2^2 + R_1^2}$
d) $\rho = \dfrac{R_2^3}{R_2^2 - R_1^2}$

Problema 3. Suponga que, debido a una fuerza externa (no especificada), el disco rueda hacia la derecha sobre la superficie con una velocidad angular constante ω. En este caso, el vector posición $\vec{\mathbf{r}}^{A}_{CG}(t)$ del centro geométrico (CG) del disco con respecto al origen (punto A) es

a) $\vec{\mathbf{r}}^{A}_{CG}(t) = R_2\hat{\mathbf{x}} + R_2\omega t\hat{\mathbf{y}}$
b) $\vec{\mathbf{r}}^{A}_{CG}(t) = R_1\omega t\hat{\mathbf{x}} + R_1\hat{\mathbf{y}}$
c) $\vec{\mathbf{r}}^{A}_{CG}(t) = R_2\omega t\hat{\mathbf{x}} + R_2\hat{\mathbf{y}}$
d) $\vec{\mathbf{r}}^{A}_{CG}(t) = R_1\omega t\hat{\mathbf{x}} + R_2\hat{\mathbf{y}}$

Problema 4. Considerando que la velocidad angular de giro es constante, ¿cuál es el vector posición $\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM}$ del centro de masa (CM) con respecto al centro geométrico del disco?

a) $\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM} = \rho[\cos(\omega t)\hat{\mathbf{x}} + \text{sen}(\omega t)\hat{\mathbf{y}}]$
b)$\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM} = \rho\,[\text{sen}(\omega t)\hat{\mathbf{x}} - \cos(\omega t)\hat{\mathbf{y}}]$
c) $\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM} = \rho[-\cos(\omega t)\hat{\mathbf{x}} + \text{sen}(\omega t)\hat{\mathbf{y}}]$
d) $\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM} = \rho[\cos(\omega t)\hat{\mathbf{x}} - \text{sen}(\omega t)\hat{\mathbf{y}}]$

Problema 5. Considerando que la velocidad angular de giro es constante, ¿cuál es la velocidad del centro de masa (CM) del disco con respecto al origen del sistema (Punto A)?

a) $\vec{\mathbf{V}}^{A}_{CM} = R_2\omega\hat{\mathbf{x}} + \dfrac{d}{dt}(\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM})$
b) $\vec{\mathbf{V}}^{A}_{CM} = \dfrac{d}{dt}(R_2\hat{\mathbf{x}} + \vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM})$
c) $\vec{\mathbf{V}}^{A}_{CM} = R_1\omega\hat{\mathbf{x}} + \dfrac{d}{dt}(\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM})$
d) $\vec{\mathbf{V}}^{A}_{CM} = R_1\omega\hat{\mathbf{y}} + \dfrac{d}{dt}(\vec{\mathbf{r}}^{B}_{CM})$

Problema 6. Considerando que la velocidad angular de giro es constante, ¿cuál es la aceleración $\vec{\mathbf{a}}^A_{CG}(t)$ del centro geométrico (CG) del disco con respecto al origen?

a) $\vec{\mathbf{a}}^A_{CG}(t) = 0$
b) $\vec{\mathbf{a}}^A_{CG}(t) = (R_2 + \rho)\ddot{\theta}\hat{\mathbf{x}}$
c) $\vec{\mathbf{a}}^A_{CG}(t) = R_2\ddot{\theta}\hat{\mathbf{x}} + \rho\ddot{\theta}\hat{\mathbf{y}}$
d) $\vec{\mathbf{a}}^A_{CG}(t) = \rho\ddot{\theta}\hat{\mathbf{x}}$

Problema 7. Si la velocidad angular de giro es constante, ¿qué se puede decir acerca de la aceleración del centro de masa medida con respecto al centro geométrico, $\vec{\mathbf{a}}^B_{CM}$, y con respecto al origen del sistema, $\vec{\mathbf{a}}^A_{CM}$?

a) $\vec{\mathbf{a}}^A_{CM} = \vec{\mathbf{a}}^B_{CM} + R_2\ddot{\theta}\hat{\mathbf{x}}$
b) $\vec{\mathbf{a}}^B_{CM} = \vec{\mathbf{a}}^A_{CM}$
c) $|\vec{\mathbf{a}}^B_{CM}| > |\vec{\mathbf{a}}^A_{CM}|$
d) $\vec{\mathbf{a}}^A_{CM} = \vec{\mathbf{a}}^B_{CM} + R_1\ddot{\theta}\hat{\mathbf{x}}$

Problema 8. El momento de inercia I_{CM} del disco con respecto a su centro de masa (CM) es (nótese que ρ es la distancia entre el centro geométrico y el centro de masa)

a) $I_{CM} = \frac{1}{2}\sigma\pi(R_2^4 + 3R_1^4) + M\rho^2$
b) $I_{CM} = \frac{1}{2}\sigma\pi(3R_2^4 - R_1^4) + M\rho^2$
c) $I_{CM} = \frac{1}{2}\sigma\pi(R_2^4 - R_1^4/3) + M\rho^2$
d) $I_{CM} = \frac{1}{2}\sigma\pi(R_2^4 - 3R_1^4) + M\rho^2$

Problema 9. Despreciando fuerzas externas, ¿cómo es la sumatoria de torques $\vec{\tau}_{CG}$ del sistema con respecto al centro geométrico (CG) del disco? Considere que f_r es la magnitud de la fuerza de fricción estática entre el disco y la superficie y cuya dirección es paralela a la superficie.

a) $\vec{\tau}_{CG} = \rho M g \cos(\theta)\hat{\mathbf{z}} + R_2 f_r \hat{\mathbf{z}}$
b) $\vec{\tau}_{CG} = \rho M g \cos(\theta)\hat{\mathbf{z}} - R_2 f_r \hat{\mathbf{z}}$
c) $\vec{\tau}_{CG} = -\rho M g \cos(\theta)\hat{\mathbf{z}} - R_2 f_r \hat{\mathbf{z}}$
d) $\vec{\tau}_{CG} = -\rho M g \cos(\theta)\hat{\mathbf{z}} + R_2 f_r \hat{\mathbf{z}}$

Problema 10. ¿Cómo es la segunda ley de Newton del sistema (ecuación de fuerzas)?

a) $M\vec{\mathbf{a}}^A_{CM} = -f_r\hat{\mathbf{x}} - Mg\hat{\mathbf{y}}$
b) $M\vec{\mathbf{a}}^A_{CM} = f_r\hat{\mathbf{x}} - Mg\hat{\mathbf{y}}$
c) $M\vec{\mathbf{a}}^A_{CM} = -f_r\hat{\mathbf{x}} + Mg\hat{\mathbf{y}}$
d) $M\vec{\mathbf{a}}^A_{CM} = f_r\hat{\mathbf{x}} + Mg\hat{\mathbf{y}}$

Problema 11. La figura arriba muestra la posición inicial del disco. ¿Cómo es el movimiento del centro de masa?

a) El movimiento es inicialmente pendular pero decae hasta detenerse en su configuración de mínima energía.
b) El disco rueda indefinidamente.
c) El disco inicialmente rueda pero lentamente se detiene hasta llegar a su configuración de mínima energía.
d) El movimiento es perpetuamente pendular.

Enunciado para problemas 12 a 17.

El sistema representado en la figura está compuesto por dos barras delgadas homogéneas e idénticas, de masa M y largo L cada una. En el extremo inferior C se aplica una fuerza $\mathbf{F}$ formando un ángulo α con la horizontal, tal que el sistema se mantiene en equilibrio.

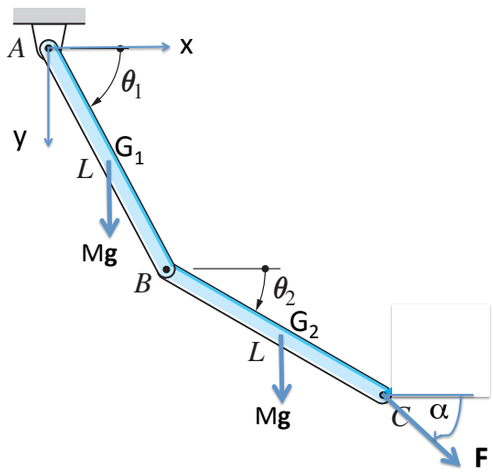


Figura 2: problemas 12 al 17.

Problema 12. El desplazamiento virtual en dirección vertical δy_{G_1} del centro de masa G_1 de la primera barra, en valor absoluto, es

a) $\delta y_{G_1} = L\sin(\theta_1)\delta\theta_1$
b) $\delta y_{G_1} = \dfrac{L}{2}\sin(\theta_1)\delta\theta_1$
c) $\delta y_{G_1} = \dfrac{L}{2}\cos(\theta_1)\delta\theta_1$
d) $\delta y_{G_1} = L\cos(\theta_1)\delta\theta_1$

Problema 13. El desplazamiento virtual en dirección vertical δy_{G_2} del centro de masa G_2 de la segunda barra, en valor absoluto, es

a) $\delta y_{G_2} = L\sin(\theta_2)\delta\theta_2$
b) $\delta y_{G_2} = L\cos(\theta_2)\delta\theta_2$
c) $\delta y_{G_2} = \dfrac{L}{2}\cos(\theta_2)\delta\theta_2$
d) $\delta y_{G_2} = L\cos(\theta_1)\delta\theta_1 + \frac{L}{2}\cos(\theta_2)\delta\theta_2$

Problema 14. El desplazamiento virtual en dirección vertical δy_C del extremo C, en valor absoluto, es

a) $\delta y_C = L\cos(\theta_1)\delta\theta_1 + L\cos(\theta_2)\delta\theta_2$
b) $\delta y_C = L\sin(\theta_1)\delta\theta_1 + L\sin(\theta_2)\delta\theta_2$
c) $\delta y_C = \frac{L}{2}\sin(\theta_1)\delta\theta_1 + \frac{L}{2}\sin(\theta_2)\delta\theta_2$
d) $\delta y_C = 2L\cos(\theta_2)\delta\theta_2$

Problema 15. El desplazamiento virtual en dirección vertical δx_C del extremo C, en valor absoluto, es

a) $\delta x_C = L\cos(\theta_1)\delta\theta_1 + L\cos(\theta_2)\delta\theta_2$
b) $\delta x_C = L\sin(\theta_1)\delta\theta_1 + L\sin(\theta_2)\delta\theta_2$
c) $\delta x_C = 2L\sin(\theta_2)\delta\theta_2$
d) $\delta x_C = \dfrac{L}{2}\cos(\theta_1)\delta\theta_1 + \dfrac{L}{2}\cos(\theta_2)\delta\theta_2$

Problema 16. En términos de los ángulos de rotación virtuales $\delta\theta_1$ y $\delta\theta_2$, la ecuación para el trabajo virtual es $\delta U = A\delta\theta_1 + B\delta\theta_2$, donde

a) $A = \dfrac{3L}{2}Mg\cos(\theta_1) + F\sin(\alpha)L\cos(\theta_1) - F\cos(\alpha)L\sin(\theta_1)$
$B = \dfrac{L}{2}Mg\cos(\theta_2) + F\sin(\alpha)L\cos(\theta_2) - F\cos(\alpha)L\sin(\theta_2)$

b) $A = \dfrac{3L}{2}Mg\cos(\theta_1) + FL\cos(\theta_1) - FL\sin(\theta_1)$
$B = \dfrac{L}{2}Mg\cos(\theta_2) + FL\cos(\theta_2) - F\ L\sin(\theta_1)$

c) $A = \dfrac{L}{2}Mg\cos(\theta_1) + FL\cos(\theta_1) - FL\sin(\theta_1)$
$B = \dfrac{L}{2}Mg\cos(\theta_2) + FL\cos(\theta_2) - F\ L\sin(\theta_1)$

d) $A = \dfrac{3L}{2}Mg\cos(\theta_1) + FL\cos(\alpha)\cos(\theta_1) - FL\sin(\alpha)\sin(\theta_1)$
$B = \dfrac{L}{2}Mg\cos(\theta_2) + FL\cos(\alpha)\cos(\theta_2) - F\ L\sin(\alpha)\sin(\theta_1)$

Problema 17. El ángulo α en la condición de equilibrio, en función de θ_1 y θ_2, está definido por la ecuación

a) $\tan(\alpha) = \dfrac{3}{2}\tan(\theta_2) - \dfrac{1}{2}\tan(\theta_1)$
b) $\tan(\alpha) = 3\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1)$
c) $\alpha = \dfrac{\theta_1 + \theta_2}{2}$
d) $\sin(\alpha) = 3\sin(\theta_1) + \sin(\theta_2)$

Enunciado para problemas 18 a 22.

Considere dos bloques de masas $m_1 = m$ y $m_2 = 3m$, que se mueven a lo largo de la vertical, unidos mediante una cuerda ideal de largo ℓ que pasa por una polea (maciza y homogénea, que es libre de girar con respecto a un eje fijo) de masa $m_3 = 2m$ y radio R (con momento de inercia $I = m_3 R^2/2$).

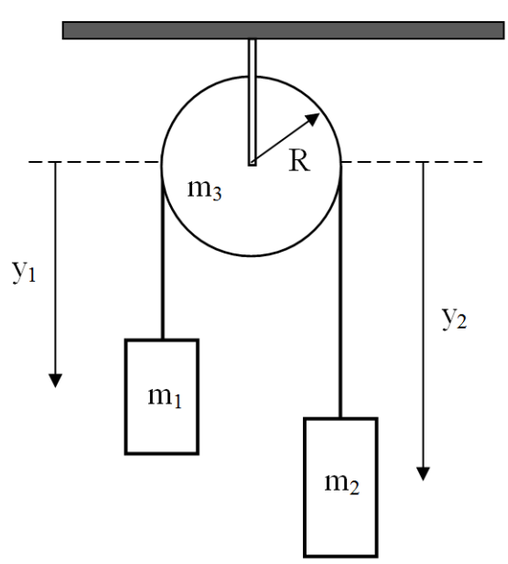


Figura 3: problemas 18 al 22.

Problema 18. Sea y_i la distancia vertical desde el eje de la polea al cuerpo m_i ($i = 1, 2$). La ecuación de ligadura entre las aceleraciones del cuerpo de masa m_1 ($\ddot{y}_1$) y masa m_2 ($\ddot{y}_2$) es

a) $\ddot{y}_1 = \ddot{y}_2$
b) $\ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2$
c) $\ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2/2$
d) $\ddot{y}_1 = \ddot{y}_2/2$

Problema 19. La relación entre las tensiones de la cuerda del lado izquierdo (T_1) y derecho (T_2) es

a) $T_1 = T_2$

b) $T_2 - T_1 = \dfrac{mR^2}{2}\ddot{\theta}$

c) $T_2 - T_1 = mR\ddot{\theta}$

d) $T_2 - T_1 = \dfrac{mR}{2}\ddot{\theta}$

Problema 20. Las aceleraciones de los cuerpos de masa m_1 y m_2 son

a) $\ddot{y}_2 = \dfrac{2}{5}g$, $\ddot{y}_1 = -\dfrac{2}{5}g$

b) $\ddot{y}_2 = g$, $\ddot{y}_1 = -g$

c) $\ddot{y}_2 = \dfrac{5}{2}g$, $\ddot{y}_1 = -\dfrac{5}{2}g$

d) $\ddot{y}_2 = \dfrac{2}{3}g$, $\ddot{y}_1 = -\dfrac{2}{3}g$

Problema 21. La aceleración angular de la polea es

a) $\ddot{\theta} = \dfrac{2}{5}\dfrac{g}{R}$

b) $\ddot{\theta} = \dfrac{5}{2}\dfrac{g}{R}$

c) $\ddot{\theta} = \dfrac{2}{5}\dfrac{g}{R^2}$

d) $\ddot{\theta} = \dfrac{2g}{R}$

Problema 22. Las tensiones en la cuerda del lado izquierdo y derecho, T_1 y T_2 respectivamente, son

a) $T_1 = \dfrac{7}{5}mg$, $T_2 = \dfrac{9}{5}mg$

b) $T_1 = \dfrac{9}{5}mg$, $T_2 = \dfrac{7}{5}mg$

c) $T_1 = T_2 = mg$

d) $T_1 = \dfrac{2}{5}mg$, $T_2 = \dfrac{7}{5}mg$