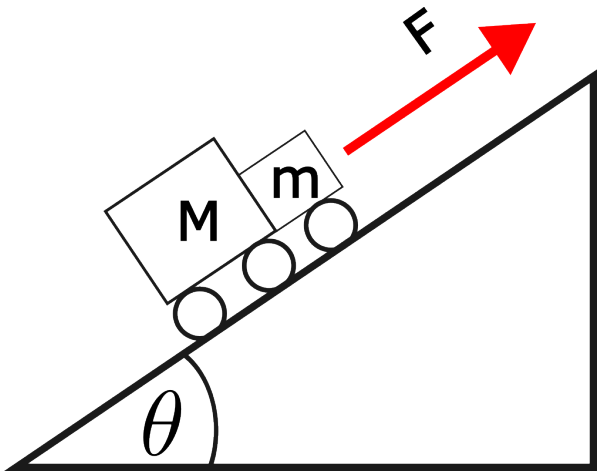
3. Un camión se compone de dos partes: la carrocería, de masa m, y la carga, de masa M. La carga se encuentra firmemente fija a la carrocería. El camión se encuentra subiendo una colina con un ángulo de inclinación θ respecto a la horizontal. Sobre la carrocería actúa una fuerza F paralela al plano de la colina como se ve en la figura.



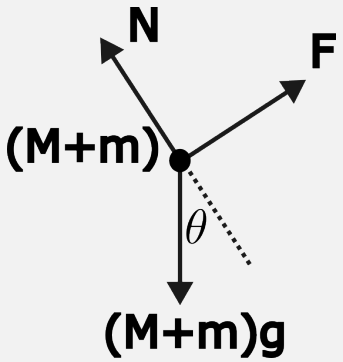
a) (1 pto.) Identifique las fuerzas que actúan en el camión como un todo (carrocería + carga) en un diagrama de cuerpo libre.

b) (2 ptos.) Encuentre la aceleración del camión. ¿Para qué valor de θ el camión viajaría a velocidad constante?

c) (1.5 ptos.) Realice diagramas de cuerpo libre tanto para la carrocería (masa m) como para la carga (masa M). Identifique todas las fuerzas actúan sobre cada cuerpo.

d) (1.5 ptos) Calcule la fuerza total actuando sobre la carrocería y sobre la carga. Recuerde que la fuerza es un vector.

a)



Una sola fuerza correcta (0.3 pts.)
Dos fuerzas correctas (0.6 pts.)
Las tres fuerzas correctas (1.0 pts.)

■

b)

Escogemos un sistema coordenado donde el eje x apunta paralelo al plano hacia la derecha y el eje y en la dirección perpendicular al plano inclinado. En estas coordenadas la aceleración del camión es $\vec{a} = \ddot{x}\hat{i} + \ddot{x}\hat{j}$. Como el carro no se levanta del plano $\ddot{y} = 0$ (0.3 pts.) Aplicando la segunda ley en el eje x obtenemos

$$F - (M+m)g\sin(\theta) = (M+m)\ddot{x}, \qquad \text{(0.6 pts.)}$$

y por lo tanto (0.3 pts.)

$$\ddot{x} = \frac{F}{M+m} - g\sin(\theta). \qquad (1)$$

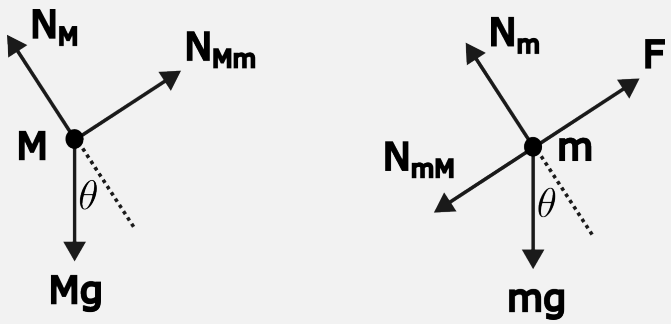
Luego, la aceleración es:

$$\vec{a} = \left(\frac{F}{M+m} - g\sin(\theta)\right)\hat{i}. \qquad \text{(0.3 pts.)}$$

Ahora, sea θ_0 la inclinación para la cual el camión viaja a velocidad constante. Esto sólo puede ocurrir si $\vec{a} = 0$, y por lo tanto $\ddot{x} = 0$ (0.2 pts.). Imponiendo esto vemos entonces que

$$0 = \frac{F}{M+m} - g\sin(\theta_0) \Rightarrow \theta_0 = \arcsin\left(\frac{F}{g(M+m)}\right). \qquad \text{(0.3 pts.)}$$

c)



En donde N_{Mm} es la fuerza normal que la carrocería hace en la carga y N_{mM} es la fuerza normal que la carga hace en la carrocería.
Por cada fuerza correcta (0.2 pts.). Si todas las fuerzas están correctas (1.5 pts.)

d)

Alternativa 1:

Como la carga esta firmemente atada a la carrocería, ambos cuerpos tienen la misma aceleración, i.e., $\vec{a}_M = \vec{a}_m = \vec{a}_M$ (0.5 pts.)
Luego, aplicando la segunda ley de Newton a cada cuerpo por separado tenemos que

$$\vec{F}_M^T = M\vec{a} = M\left(\frac{F}{M+m} - g\sin(\theta)\right)\hat{i}, \qquad \text{(0.5 pts.)}$$

$$\vec{F}_m^T = m\vec{a} = m\left(\frac{F}{M+m} - g\sin(\theta)\right)\hat{i}. \qquad \text{(0.5 pts.)}$$

Alternativa 2:

Primero, reconocemos que como la carga esta sujeta a la carrocer[ia $\ddot{x}_M = \ddot{x}_m = \ddot{x}$ (0.2 pts.). Aplicando la segunda ley de Newton a la carga en cada eje, tenemos que (0.2 pts.)

$$F_{Mm} - Mg\sin(\theta) = M\ddot{x}, \qquad (2)$$

$$N_M - Mg\cos(\theta) = 0. \qquad (3)$$

■

Similarmente, haciendo lo mismo para la carrocería obtenemos que (0.2 pts.)

$$-F_{mM} - mg\sin(\theta) + F = m\ddot{x}, \tag{4}$$
$$N_m - mg\cos(\theta) = 0. \tag{5}$$

Claramente, obtenemos entonces que $N_M = Mg\cos(\theta)$ y $N_m = mg\cos(\theta)$ (0.1 pts.). De (2) obtenemos que (0.2 pts.)

$$F_{Mm} = M\ddot{x} + Mg\sin(\theta) = M\left(\frac{F}{M+m} - g\sin(\theta)\right) + Mg\sin(\theta) = \frac{MF}{M+m}, \tag{6}$$

en donde ocupamos (1) para deshacernos de $\ddot{x}$. Luego, como

$$\vec{F}_M^T = (F_{Mm} - Mg\sin(\theta))\hat{i} + (N_M - Mg\cos(\theta))\hat{j}, \quad \text{(0.2 pts.)}$$

ocupando (3) y (6) obtenemos que

$$\vec{F}_M^T = M\left(\frac{F}{M+m} - g\sin(\theta)\right)\hat{i} \quad \text{(0.1 pts.)}$$

Por otra parte, para la carrocería tenemos que

$$\vec{F}_m^T = (-F_{mM} - mg\sin(\theta) + F)\hat{i} + (N_m - mg\cos(\theta))\hat{j}. \quad \text{(0.2 pts.)}$$

Ocupando en este resultado el que $F_{mM} = F_{Mm}$ (tercera ley), junto con (5) y (6) obtenemos finalmente que

$$\vec{F}_m^T = m\left(\frac{F}{M+m} - g\sin(\theta)\right)\hat{i}. \quad \text{(0.1 pts.)}$$

■