Estática y Dinámica - FIS-1513

Interrogación 3

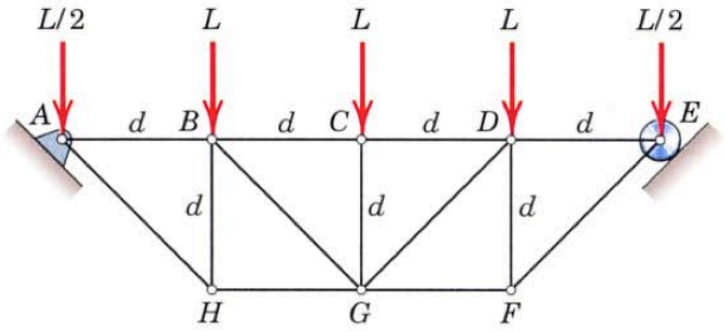
Miércoles 14 de Noviembre del 2012

Nombre:
N^o de alumno:
Sección:

Instrucciones
-Tiene 2 horas para resolver los siguientes problemas.
-Resuelva cada uno de ellos en hojas separadas. Sea claro y ordenado.
-Escriba con lápiz pasta, de lo contrario perderá el derecho a recorrección.
-Todos los problemas tienen el mismo peso en la nota final.
-Prohibido usar calculadora o celular.

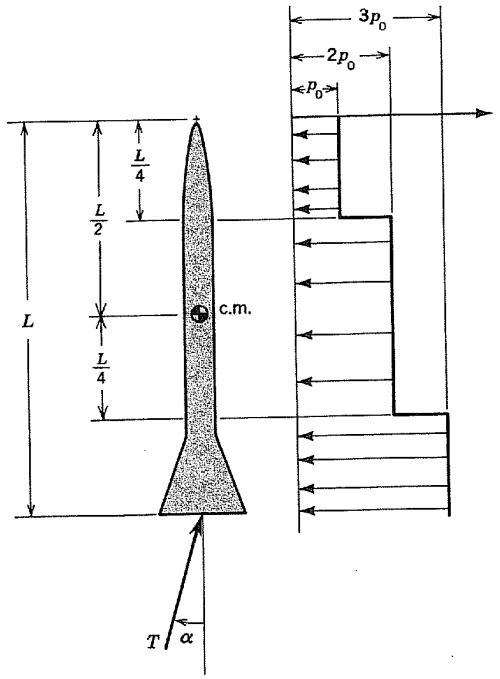
Problema 1

Si en los nodos A, B, C, D y E de la estructura mostrada en la figura se aplican fuerzas de la magnitud indicada, determine los esfuerzos en todas las barras e indique si estas están en tensión (T) o compresión (C). Para este cálculo desprecie el peso las barras y considere que la superficie de apoyo en E es paralela a la barra FE.



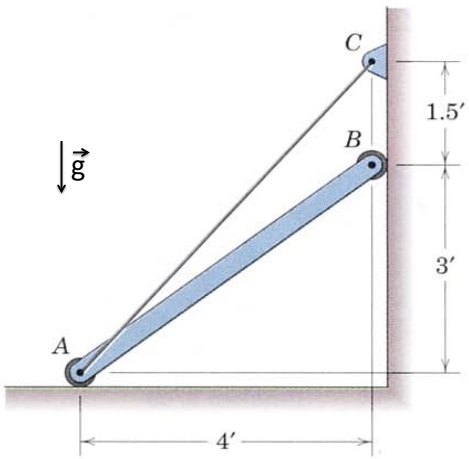
Problema 2

El cohete mostrado en la figura, con su centro de masa demarcado como "c.m.", experimenta rachas de viento en su ascenso vertical de tal manera que dan origen a la fuerza distribuida indicada en la figura. Afortunadamente, el cohete fue diseñado con la posibilidad de variar el ángulo de la fuerza propulsora neta T que el motor le provee, con el propósito de contrarrestar el efecto del viento. Determine la relación entre T, α, p_0 y L para que el cohete ascienda orientado verticalmente (que no gire). Junto a esta condición, ¿Es posible evitar además que el cohete se desplace lateralmente? Justifique su respuesta.



Problema 3

Una barra homogénea de masa m con rodamientos en sus extremos, se encuentra en equilibro en la posición mostrada en la figura debido a la acción de la cuerda AC.
(a) Utilizando las ecuaciones de equilibrio de un cuerpo rígido, determine las reacciones en los apoyos A, B y la tensión de la cuerda AC.
(b) Utilizando el método de trabajos virtuales determine la tensión en la cuerda AC.



PAUTA

Estática y Dinámica - FIS-1513

Interrogación 3

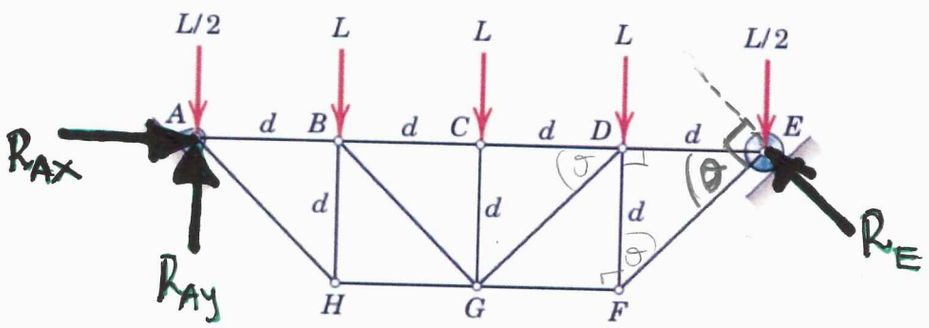
Miércoles 14 de Noviembre del 2012

Nombre:
N^o de alumno:
Sección:

Instrucciones
-Tiene 2 horas para resolver los siguientes problemas.
-Resuelva cada uno de ellos en hojas separadas. Sea claro y ordenado.
-Escriba con lápiz pasta, de lo contrario perderá el derecho a recorrección.
-Todos los problemas tienen el mismo peso en la nota final.
-Prohibido usar calculadora o celular.

Problema 1

Si en los nodos A, B, C, D y E de la estructura mostrada en la figura se aplican fuerzas de la magnitud indicada, determine los esfuerzos en todas las barras e indique si estas están en tensión (T) o compresión (C). Para este cálculo desprecie el peso las barras y considere que la superficie de apoyo en E es paralela a la barra FE.



DETERMINANDO LAS REACCIONES:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_E \cos(\pi/2 - \vartheta) = R_{AX} \Rightarrow R_{AX} = R_E \operatorname{sen}(\vartheta) = R_{Ex}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_E \operatorname{sen}(\pi/2 - \vartheta) + R_{Ay} = 3L + 2 \cdot \frac{L}{2} = 4L$

$\Rightarrow R_E \cos(\vartheta) + R_{Ay} = 4L$ POR SIMETRÍA $R_E \cos(\vartheta) = R_{Ay} = 2L$

PERO

$$\text{Sen}(\theta) = \frac{d}{d\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\theta = 45^\circ} \Rightarrow \text{Sen}(\theta) = \text{Cos}(\theta)$$

POR LO TANTO $R_E \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2L \Rightarrow \boxed{R_E = 2\sqrt{2}L}$

$$\Rightarrow \boxed{R_{Ax} = 2L}$$

CLARAMENTE ESTA ESTRUCTURA TIENE SIMETRÍA, POR LO TANTO:

(0,3p) → $\boxed{\overline{AB} \equiv \overline{DE}}$; $\boxed{\overline{AH} \equiv \overline{FE}}$ (0,3p) ; $\boxed{\overline{BH} \equiv \overline{DF}}$ (0,3p) ; $\boxed{\overline{BG} \equiv \overline{DG}}$ (0,3p)

(0,3p) → $\boxed{\overline{BC} \equiv \overline{DC}}$; $\boxed{\overline{HG} \equiv \overline{FG}}$ (0,3p)

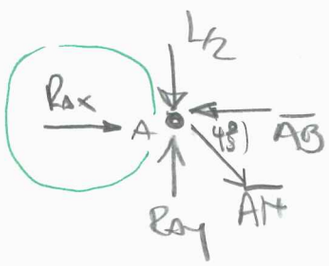
ADEMÁS POR INSPECCIÓN DEL NODO C, SE TIENE QUE:

$$\boxed{\overline{CG} = L} \quad (C)$$

(0,4p) (0,2p)

PARA DETERMINAR LOS ESFUERZOS EN LAS OTRAS BARRAS UTILIZAREMOS EL ANÁLISIS BASADO EN EL MÉTODO DE LOS NODOS.

NODO A



$\Sigma F_y = 0$

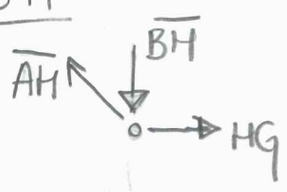
$$\frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} + \frac{L}{2} = R_{Ay} \Rightarrow \frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} = -\frac{L}{2} + 2L = \frac{3L}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{AH} = \frac{3L}{\sqrt{2}}} \quad (T)$$ (0,4p) (0,2p)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} + 2L$ $\boxed{\overline{AB} = \frac{7L}{2}}$ (C) (0,2p)

(0,4p)

NODO H



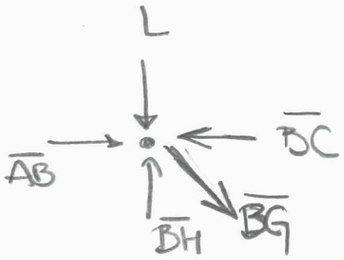
(0,4p)

$$\frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} = \overline{HG} \Rightarrow \boxed{\overline{HG} = \frac{3L}{2}} \quad (T)$$ (0,2p)

$$\frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} = \overline{BH} \Rightarrow \boxed{\overline{BH} = \frac{3L}{2}} \quad (C)$$ (0,2p)

(0,4p)

NODO B



$$L + \frac{\overline{BG}}{\sqrt{2}} = \overline{BH} \Rightarrow \frac{\overline{BG}}{\sqrt{2}} = \frac{3L}{2} - L$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{BG} = \frac{L}{\sqrt{2}}} \ (T) \quad (0{,}4\text{p}) \quad (0{,}2\text{p})$$

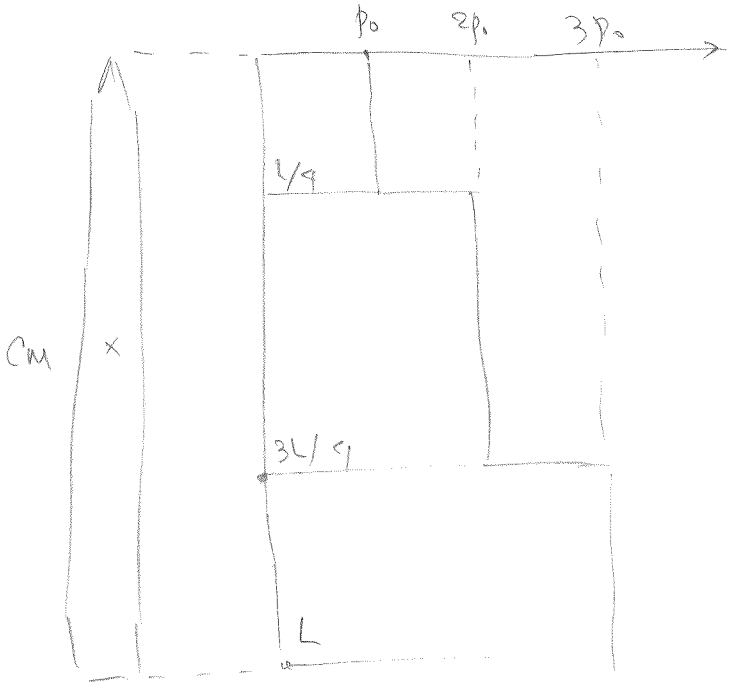
$$\overline{AB} + \frac{\overline{BG}}{\sqrt{2}} = \overline{BC} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{7L}{2} + \frac{L}{2} \Rightarrow \boxed{\overline{BC} = 4L} \ (C) \quad (0{,}2\text{p})$$

$$(0{,}4\text{p})$$

Problema 2.

1: Convirtamos el problema de fuerzas distribuidas en un problema de fuerzas concentradas.

Como las fuerzas por unidad de longitud en cada tramo son ctes. los puntos de aplicación son; (medidos desde el origen)



para p_0:

$$\bar{X}_1 = \left(\frac{L}{4}\right)\cdot\frac{1}{2} = \frac{L}{8} \qquad (0.5)$$

para $2p_0$:

$$\bar{X}_2 = \frac{L}{4} + \left(\frac{L}{2}\right)\cdot\frac{1}{2} = \frac{L}{2} \qquad (0.5)$$

para $3p_0$:

$$\bar{X}_3 = \frac{3L}{4} + \left(\frac{L}{4}\right)\frac{1}{2} = \frac{7L}{8} \qquad (0.5)$$

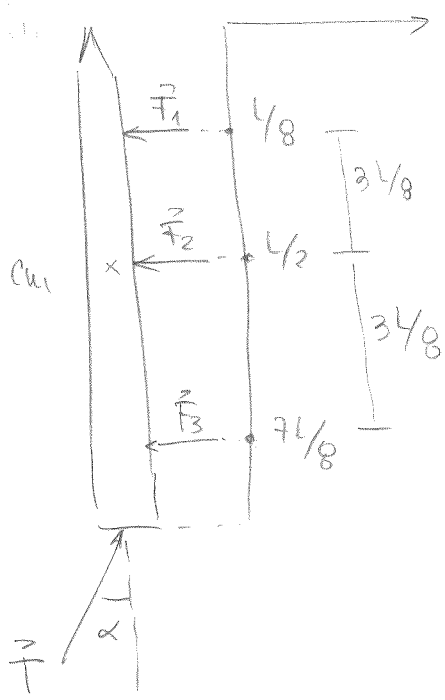
Las fuerzas resultantes son

$$F_1 = \int_0^{L/4} p_0\,dx = p_0\frac{L}{4} \qquad 0 \le x \le L/4 \qquad (0.5)$$

$$F_2 = 2p_0\cdot\frac{L}{2} = p_0 L \qquad L/4 \le x \le 3L/4 \qquad (0.5)$$

$$F_3 = 3p_0\frac{L}{4} \qquad 3L/4 \le x \le L \qquad (0.5)$$

El problema a resolver es ahora un problema simple de fuerzas concentradas.



para que el cohete no se desplace lateralmente:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = T\operatorname{sen}\alpha.$$

$$\frac{p_0 L}{4} + p_0 L + \frac{3 p_0 L}{4} = T\operatorname{sen}\alpha$$

$$\boxed{2 p_0 L = T\operatorname{sen}\alpha}$$

1.5

para que no gire.

$$\sum \vec{\tau}_{cm} = \vec{0} \quad ; \text{ (suma de torques en relación al (M))}$$

$$F_1 \frac{3L}{8} - F_3 \frac{3L}{8} + T \frac{L}{2} \operatorname{sen}\alpha = 0$$

$$\frac{3}{8}\left[F_3 - F_1\right] = \frac{T}{2}\operatorname{sen}\alpha.$$

$$\frac{3}{4}\left[\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right] p_0 L = T\operatorname{sen}\alpha$$

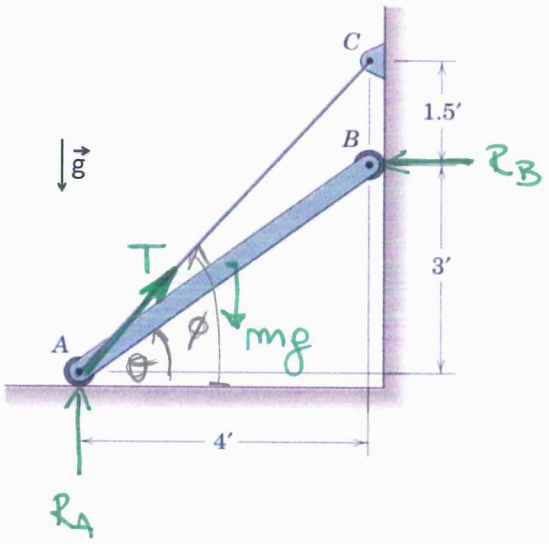
$$\boxed{\frac{3}{8} p_0 L = T\operatorname{sen}\alpha}$$

1.5

Pauta

Problema 3

Una barra homogénea de masa m con rodamientos en sus extremos, se encuentra en equilibro en la posición mostrada en la figura debido a la acción de la cuerda AC.
(a) Utilizando las ecuaciones de equilibrio de un cuerpo rígido, determine las reacciones en los apoyos A, B y la tensión de la cuerda AC.
(b) Utilizando el método de trabajos virtuales determine la tensión en la cuerda AC.



LLAMAREMOS EL LARGO DE LA BARRA "ℓ" Y EL LARGO DE LA CUERDA "L"

$$\ell = \sqrt{3^2+4^2}$$

$$L = \sqrt{(4.5)^2+4^2}$$

(a) PARA QUE LA BARRA ESTÉ EN EQUILIBRIO SE REQUIERE QUE:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T\cos(\phi) = R_B \quad (1)$$

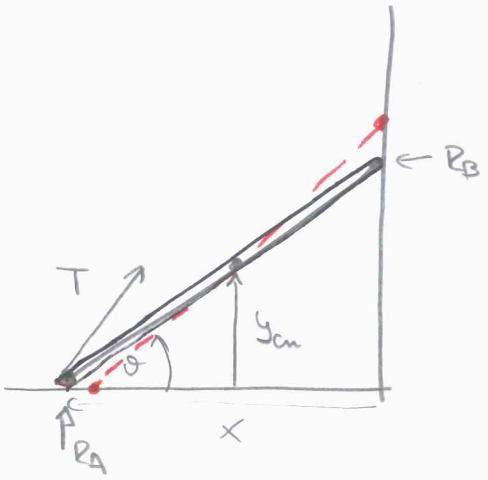
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A + T\,\mathrm{sen}(\phi) = mg \quad (2)$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow mg \cdot 2' = R_B \cdot 3' \Rightarrow R_B = \frac{2}{3}mg \quad (3) \quad (1p)$$

(3) en (1) $\Rightarrow$ $T \cdot \underbrace{\cos(\phi)}_{\frac{4'}{L}} = \frac{2}{3}mg \Rightarrow T = \frac{2}{3}mg\,\frac{\sqrt{4.5^2+4^2}}{4'}$ (4) (1p)

(4) en (2) $\Rightarrow R_A = mg - T\underbrace{\mathrm{sen}(\phi)}_{\frac{4.5'}{L}} \Rightarrow R_A = mg\left(1-\frac{2}{3}\cdot\frac{4.5}{4}\right) \Rightarrow R_A = \frac{mg}{4}$ (5) (1p)

Consideremos el siguiente desplazamiento virtual $\theta \to \theta + \delta\theta$ donde mg y T son los únicos fuerzas activos.



$$y_{cm} = \frac{\ell}{2}\cdot \operatorname{sen}(\theta)$$

$$\delta y_{cm} = \frac{\ell}{2}\cos(\theta)\cdot \delta\theta$$

$$x = \ell\cos(\theta)$$

$$\delta x = -\ell \operatorname{sen}(\theta)\,\delta\theta$$

$$dU_1 = -\left(T\cos(\phi)\cdot \delta x\right) \Rightarrow \boxed{dU_1 = T\cos(\phi)\,\ell\operatorname{sen}(\theta)\,\delta\theta} \quad (0{,}75_p)$$

$$dU_{mg} = -mg\cdot \delta y = \boxed{-\frac{1}{2}mg\ell\cdot\cos(\theta)\,\delta\theta} \quad (0{,}75_p)$$

Luego $\boxed{dU = 0} \Rightarrow \boxed{dU_1 + dU_{mg} = 0}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}mg\ell\cos(\theta) = T\cos(\phi)\cdot\ell\operatorname{sen}(\theta)} \quad (0{,}5_p)$$

$$\Rightarrow T\cos(\phi) = \frac{mg}{2\cdot tg(\theta)} \text{ ; pero } tg(\theta) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{T\cos(\phi) = \frac{2mg}{3}} \quad (1_p)$$

Mismo Resultado Arturo !!!