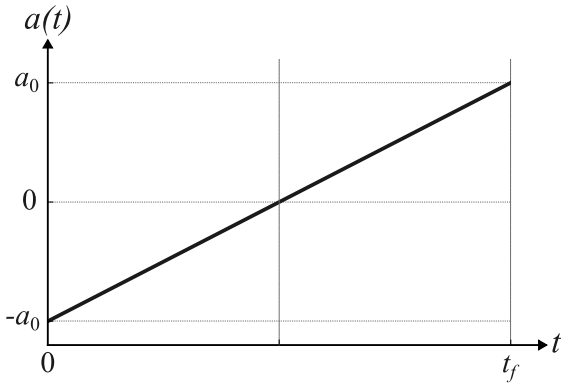
Control 1

Fecha: 6 de Septiembre de 2024

1. La aceleración de una partícula en función del tiempo entre $t = 0$ y $t = t_f$ está dada por una **recta** como muestra la figura. Determine:

   a. La aceleración en función del tiempo $a(t)$ en términos de a_0 y t_f **[2 ptos.]**.

   b. El tiempo t_f considerando que $v(t = 0) = 0$ y que la partícula se desplazó una distancia d entre $t = 0$ y $t = t_f$ **[4 ptos.]**.



a) Debido a que la aceleración está dada por una recta, tenemos que **(1.0 pto.)**

$$a(t) = A + B\,t\,.$$

Imponiendo que $a(t = 0) = -a_0$, se obtiene que **(0.5 ptos.)**

$$A = -a_0\,.$$

Por otro lado, imponiendo que $a(t = t_f) = a_0$, se obtiene **(0.5 ptos.)**

$$a_0 = -a_0 + Bt_f \quad \longrightarrow \quad B = \frac{2a_0}{t_f}\,.$$

Entonces la aceleración es $a(t) = -a_0 + \frac{2a_0}{t_f}t$.

b) Primero integramos para obtener la velocidad $dv = a(t)dt$ **(1 pto.)**

$$\int_0^v dv = \int_0^t (A + B\,t)\,dt$$

$$v(t) = At + \frac{B}{2}t^2$$

Integramos nuevamente para obtener la posición $ds = v(t)dt$ **(1 pto.)**

$$\int_{s_1}^{s_2} ds = \int_0^t \left(At + \frac{B}{2}t^2\right) dt$$

$$s_2 - s_1 = \frac{A}{2}t^2 + \frac{A}{6t}t^3$$

Ahora imponiendo que en $t = t_f$ el desplazamiento $|s_2 - s_1| = d$ **(0.5 ptos.)**:

$$d = \left|\frac{A}{2}t_f^2 + \frac{A}{6t}t_f^3\right|$$

Remplazando con los valores obtenidos de A y B **(0.5 ptos.)**:

$$d = \left|-\frac{a_0}{2}t^2 + \frac{a_0}{3t_f}t_f^3\right|$$

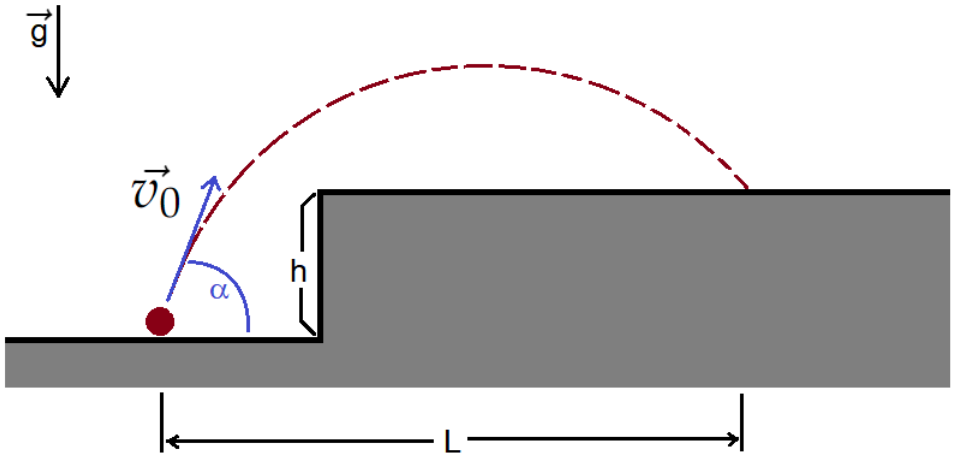
$$d = \frac{a_0}{6}t_f^2$$

Finalmente, despejando t_f y tomando la raíz positiva **(1.0 pto.)**:

$$t_f = \sqrt{6d/a_0}\,.$$

Nota: Se otorga 0.5 ptos. en vez 1 pto. si se despeja t_f con valores incorrectos o desconocidos de A y B. ■

2. Se lanza una pelota desde una superficie horizontal que enfrenta un escalón de altura h (ver figura). La pelota sigue su trayectoria inalterada hasta aterrizar a una distancia horizontal L desde el lugar de lanzamiento. Se conoce la velocidad de lanzamiento $\vec{v_0}$ (módulo v_0 y ángulo α con la horizontal) tal que la pelota llegue al punto de aterrizaje indicado.



Bajo estas condiciones:

a. Defina un sistema de referencia, a partir de éste escriba las condiciones iniciales así como la posición y velocidad en cualquier instante de tiempo posterior, de la pelota. **[4 ptos.]**

b. Determine el tiempo de vuelo **[2 ptos.]**

a) definiendo el sistema de referencia en el punto de lanzamiento
si

$$v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$$
$$v_{0y} = v_0 \sin(\alpha)$$

entonces

$$x(0) = y(0) = 0$$
$$v_x(0) = v_{0x}$$
$$v_y(0) = v_{0y}$$

[1 ptos.]
por lo que

$$x(t) = v_{0x} t$$
$$y(t) = v_{0y} t - \frac{g}{2} t^2$$
$$v_x(t) = v_{0x} t$$
$$v_y(t) = v_{0y} - g t$$

[3 ptos.]
b) el tiempo de vuelo se despeja de la condicion $x = L$

$$t_v = \frac{L}{v_{0x}}$$

[2 ptos.]

■